

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ»**

**ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

**ПРИНЯТА**

Ученым Советом

Факультета физико-математических и естественных наук

Протокол 0201-08/08 от «15» марта 2022 г.

## **ПРОГРАММА**

**вступительного испытания в аспирантуру**

**по группе научных специальностей**

**1.2. Компьютерные науки и информатика**

**1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

**Москва**

**2022**

Программа составлена на основе требований федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по УГСН 01.00.00 «Прикладная математика и информатика», 02.00.00 «Компьютерные и информационные науки», 09.00.00 «Информатика и вычислительная техника» (уровень магистратуры).

### **Общие требования**

На экзамене поступающие должны продемонстрировать:

- способность использовать и применять углубленные теоретические и практические знания в области математики и компьютерных наук, фундаментальной информатики и информационных технологий, прикладной информатики;
- умение в понятной форме, логически последовательно и непротиворечиво обосновать и изложить письменно ход своих рассуждений при решении задач и ответах на вопросы.

Итоговая оценка определяется как суммирование баллов за ответы на вопросы теста в соответствии со 100-балльной шкалой и критериями выставления оценки.

## **1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

### **Основные разделы программы**

#### **Раздел 1. Экстремальные задачи.**

Метод градиентного спуска для численного решения задачи на экстремум для функций двух переменных. Задача на условный экстремум. Множители Лагранжа. Основная задача линейного программирования. Математическая формулировка. Двумерная задача и ее решение графическим путем. Симплекс-метод решения основной задачи линейного программирования. Задача на экстремум функционала. Необходимые условия экстремума (уравнения Эйлера). Задача о брахистохроне.

#### **Раздел 2. Теория вероятностей и математическая статистика**

Непрерывные случайные величины. Распределение вероятностей. Плотность вероятности. Нормальное распределение. Вычисление математического ожидания и дисперсии. Непрерывные случайные величины. Распределение вероятностей. Плотность вероятности. Распределение Пуассона. Вычисление математического ожидания и дисперсии. Статистические оценки параметров нормального распределения. Состоятельность, несмещённость, эффективность. Оценки для математического ожидания и дисперсии.

#### **Раздел 3. Математическая физика и моделирование.**

Уравнение колебаний струны. Начально-краевая задача, описывающая возбуждение струны. Метод Фурье. Формула Даламбера.

Основные принципы математического моделирования. Иерархия моделей. Принцип универсальности математических моделей. Модель Хищник-Жертва, ее описание и применение при моделировании различных явлений.

#### **Раздел 4. Линейная алгебра и функциональный анализ**

Гильбертово пространство над полем вещественных или комплексных чисел. Норма. Скалярное произведение. Пространство столбцов длины  $n$ . Норма столбца. Скалярное произведение. Угол между столбцами.

Линейно независимые элементы линейного пространства. Размерность линейного пространства. Базис конечномерного линейного пространства. Базис пространства столбцов длины  $n$ . Ортонормированный базис. Разложение столбца по ортонормированному базису. Примеры бесконечномерных линейных пространств. Пространство непрерывных на отрезке функций  $C[a,b]$ , норма этого пространства. Пространство интегрируемых с квадратом функций  $L^2[a,b]$ , скалярное произведение в этом пространстве.

Линейный функционал на гильбертовом пространстве. Норма функционала. Теорема Рисса о представлении линейного функционала (допустимо представить док-во только для конечномерного случая). Линейное отображение одного линейного пространства в другое. Линейный оператор. Линейное отображение пространства столбцов длины  $n$  в пространство столбцов длины  $m$ . Матрица этого линейного отображения. Квадратные симметричные матрицы над полем вещественных чисел. Задача на собственные значения. Собственные

векторы (столбцы). Характеристическое уравнение. Свойства собственных значений (вещественность). Свойства собственных векторов (ортогональность).

Квадратичная форма. Матрица квадратичной формы. Задача об экстремальных значениях квадратичной формы на единичной сфере. Ее связь с задачей на собственные значения (экстремальные свойства собственных значений). Линейный оператор, отображающий гильбертово пространство в себя (автоморфизм). Норма линейного оператора. Матрица этого оператора в конечномерном случае. Спектральная норма матрицы. Ее связь с задачей на собственные значения.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ // М.: Наука, 1984.
- [2]. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач // М.: Наука, 1981.
- [3]. Боровков А.А. Теория вероятностей // М.: Наука, 1984.
- [4]. Боровков А.А. Математическая статистика // М.: Наука, 1984.
- [5]. Калиткин Н.Н. Численные методы // М.: Наука, 1978.
- [6]. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование // М.: Физматлит, 1997.
- [7]. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. // М.: Наука, 2004
- [8]. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. // М.: Наука, 1969.
- [9]. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. // М.: Наука, 1986.
- [10]. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. // М.: Наука, 1967
- [11]. Треногин В.А. Функциональный анализ // М.: Наука, 1980.

## **ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

Вступительные испытания по специальной дисциплине при приеме на обучение по программе подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» по группе специальностей 1.2. «Компьютерные науки и информатика», формируемого электронной системой сопровождения экзаменов (ЭССЭ) методом случайной выборки заданий из подготовленного банка тестовых заданий, с автоматической проверкой ЭССЭ правильности выполненных заданий (компьютерный тест).

Компьютерный тест состоит из 20 вопросов с множественным выбором ответа: с выбором одного правильного ответа из множества, с выбором нескольких правильных ответов из множества, с вычисляемым ответом. Тест включает вопросы из следующих разделов математики: решение систем линейных уравнений, операции над матрицами, вычисление пределов, задача Коши, ОДУ высших степеней (задача Коши), вычисление дисперсии непрерывной случайной величины, свойства вероятности и моментов, свойства ковариации, свойства математического ожидания и дисперсии, экстремум функций двух переменных, квадратичные функции, функциональный анализ (скалярное произведение), анализ информационных технологий, математическая теория телетрафика.

На выполнение всего теста отводится 120 минут.

Для вопросов с выбором одного правильного ответа: за правильный ответ начисляется 5 баллов, за неправильный - ноль. Для вопросов с выбором нескольких правильных ответов: за полный правильный ответ начисляется 5 баллов, за частичный правильный ответ - учитывается каждая правильная часть ответа в процентном отношении.

Весь тест оценивается из 100 баллов.

Программа подготовлена на кафедре прикладной информатики и теории вероятностей.

Зав. кафедрой прикладной информатики  
и теории вероятностей

К.Е. Самуйлов